Universidad Simón Bolívar.
Departamento de Matemáticas
Puras y Aplicadas.
Septiembre-Diciembre - 2004

Nombre: ____________________

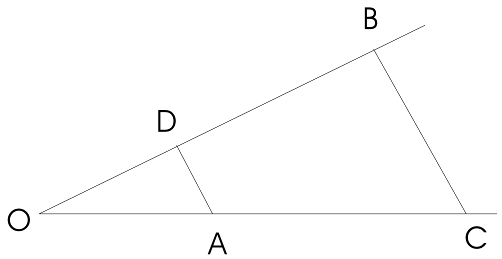
Carnet: ____________________

Fecha ____________________

Tipo A 3:30

---

1. En la siguiente figura se presentan los segmentos $\overline{OD}$, $\overline{OB}$, $\overline{OA}$ y $\overline{OC}$, que miden 1, b, a y c respectivamente:

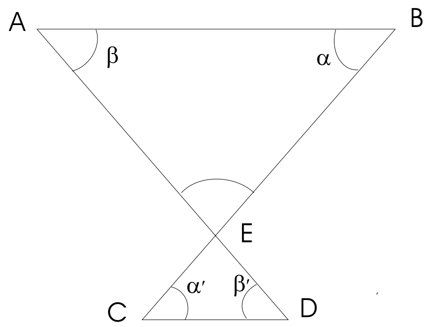


Respuesta:
Entonces la medida c es igual a

A) $\boxed{a \cdot b}$;
B) a/b;
C) $a+b$;
D) $\dfrac{a}{b}+1$;
E) $b+1$.

$\triangle\, ODA \;\cong\; OBC$ pues tienen el $\angle\, DOA$ en común y $\angle\, ODA = \angle\, OBC$. Luego $\dfrac{a}{1} = \dfrac{c}{b} = c = \boxed{a \cdot b}$

2. Considere la siguiente figura:



en donde $\overline{AB}$ es paralelo a $\overline{CD}$. ¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son ciertas?

i) $\triangle\, ABE \cong \triangle\, CED$

ii) $\dfrac{\overline{AB}}{\overline{CD}} = \dfrac{\overline{BE}}{\overline{DE}}$

iii) $\dfrac{\overline{BE}}{\overline{CE}} = \dfrac{\overline{AE}}{\overline{DE}}$

Respuesta:

A) Sólo i
B) Sólo ii
C) Sólo iii
D) $\boxed{\text{Sólo i y iii}}$
E) i, ii y iii

En la figura $\alpha = \alpha'$ y $\beta = \beta' \Longrightarrow \triangle\, ABE \cong \triangle\, CED$

y esto a su vez nos dice que $\dfrac{\overline{BE}}{\overline{AE}} = \dfrac{\overline{CE}}{\overline{DE}} \Longrightarrow \dfrac{\overline{BE}}{\overline{CE}} = \dfrac{\overline{AE}}{\overline{DE}}$

y también dice que: $\dfrac{\overline{AB}}{\overline{BE}} = \dfrac{\overline{CD}}{\overline{CE}} \neq \dfrac{\overline{AB}}{\overline{ED}} = \dfrac{\overline{BE}}{\overline{DE}}$

3. Dos barcos observan la parte superior de un faro situado entre ellos con ángulos de elevación de 60° y 30° respectivamente. Si la distancia entre los barcos es de 200 metros, entonces la altura del faro es

Respuesta:

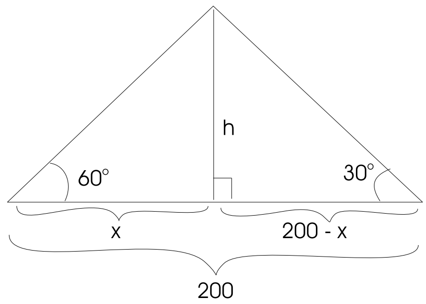
A) 50 m

B) $\dfrac{50}{\sqrt{3}}$ m

C) $100\sqrt{3}$ m

D) $\boxed{50\sqrt{3}\text{ m}}$

E) 25 m.



$$\left.\begin{array}{rcl} \sqrt{3} = \operatorname{tg} 60° & = & \frac{h}{x} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} = \operatorname{tg} 30° & = & \frac{h}{200-x} \end{array}\right\} \Longrightarrow$$

$$\left.\begin{array}{rcl} x & = & \frac{h}{\sqrt{3}}; \\ \left(200 - \frac{h}{\sqrt{3}}\right)\frac{1}{\sqrt{3}} & = & h \end{array}\right\} \Longrightarrow$$

$$\boxed{h = 50\sqrt{3}}$$

4. Tenemos dos triángulos ABC y $A'B'C'$ de lados a, b, c y a', b', c' y ángulos α, β, γ y α', β', γ' respectivamente. Si $\dfrac{\operatorname{sen}\alpha}{\operatorname{sen}\alpha'} = \dfrac{a}{a'}$ entonces podemos afirmar que:

Respuesta:

A) $\boxed{\dfrac{\operatorname{sen}\beta}{\operatorname{sen}\beta'} = \dfrac{b}{b'}}$

B) $\triangle ABC$ es semejante al $\triangle A'B'C'$

C) $\dfrac{\operatorname{sen}\gamma}{b} = \dfrac{b'}{\operatorname{sen}\gamma'}$

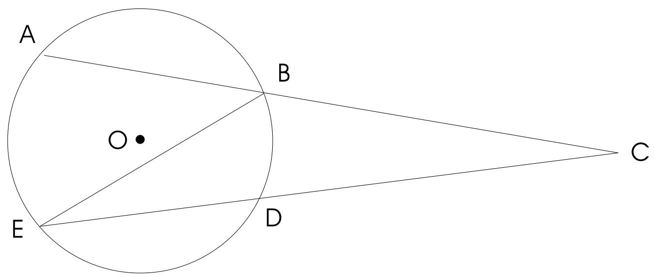
D) Los dos triángulos son rectángulos en A y A' respectivamente

E) $\dfrac{\operatorname{sen}\gamma}{\operatorname{sen}\gamma'} = \dfrac{b}{b'}$

Por el teorema del seno: $\dfrac{a}{\operatorname{sen}\alpha} = \dfrac{b}{\operatorname{sen}\beta} = \dfrac{c}{\operatorname{sen}\gamma}$ y $\dfrac{a'}{\operatorname{sen}\alpha'} = \dfrac{b'}{\operatorname{sen}\beta'} = \dfrac{c'}{\operatorname{sen}\gamma'}$

como $\dfrac{\operatorname{sen}\alpha}{\operatorname{sen}\alpha'} = \dfrac{a}{a'} \Longrightarrow \dfrac{a}{\operatorname{sen}\alpha} = \dfrac{\alpha'}{\operatorname{sen}\alpha'} \Longrightarrow \dfrac{b}{\operatorname{sen}\beta} = \dfrac{b'}{\operatorname{sen}\beta'} \Longrightarrow \dfrac{b}{b'} = \dfrac{\operatorname{sen}\beta}{\operatorname{sen}\beta'}$

5. Considere la siguiente figura:



en donde $\angle BOD = 10°$ y $\angle ABE = 40°$. Entonces el $\angle BCD$ es igual a:

Respuesta:

A) 70°

B) 80°

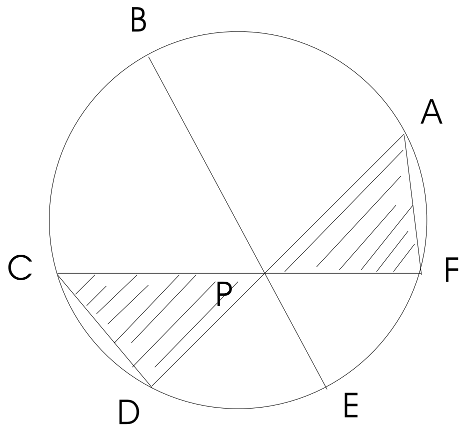
C) $\boxed{35°}$

D) 60°

E) 45°

$$\begin{aligned} \angle BCD &= \frac{\angle AOE - \angle BOD}{2} \\ &= \frac{2\angle ABE - \angle BOD}{2} \\ &= \frac{80 - 10}{2} = 35° \end{aligned}$$

6. En la siguiente figura:



Respuesta:

A) $\boxed{\triangle APF \cong \triangle CPD}$

B) $\triangle ABC \cong \triangle FPD$

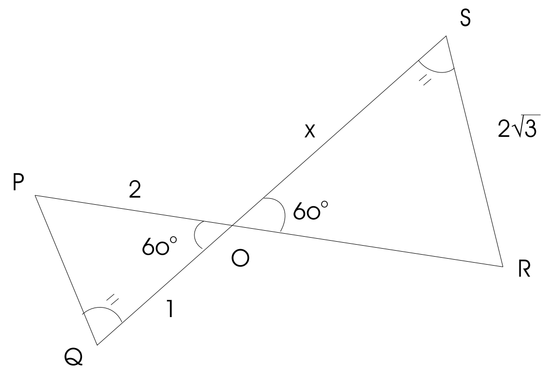
C) $\triangle ABE \cong \triangle BDE$

D) $\triangle FPE \cong \triangle DPE$

E) Ningún par de triángulos son semejantes en la figura.

El $\angle APF = \angle CPD$ y $\overline{PA} \cdot \overline{PD} = \overline{PC} \cdot \overline{PF} \Longrightarrow$ $\dfrac{\overline{PA}}{\overline{PF}} = \dfrac{\overline{PC}}{\overline{PD}}$ luego hay un $\angle$ igual y los lados adyacentes proporcionales.

7. En el siguiente diagrama



$\overline{PQ}$ es paralelo a $\overline{SR}$, $\overline{SR} = 2\sqrt{3}$, $\overline{OQ} = 1$, $\overline{OP} = 2$ y $\angle POQ = 60°$.

Se pide elegir la opción que corresponde a $x = \overline{OS}$.

Respuesta:

A) $\sqrt{3}$

B) 1

C) $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

D) 3

E) $\boxed{2}$

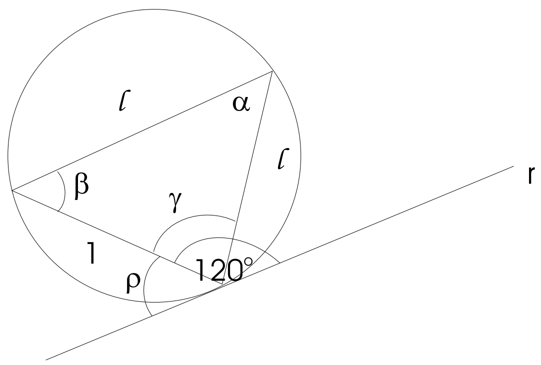
Por teorema de cosenos:

$$\overline{PQ}^2 = 1 + 4 - 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot \cos 60°$$
$$= 1 + 4 - 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} = 3 \Longrightarrow \boxed{\overline{PQ} = \sqrt{3}}$$

Como $\triangle OPQ \cong \triangle OSR$ entonces $\dfrac{\overline{SR}}{x} = \dfrac{\overline{PQ}}{1} \Longrightarrow$

$$x = \frac{\overline{SR}}{\overline{PQ}} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 2$$

8. En el siguiente diagrama:



La recta r es tangente a la circunferencia y el resto de los datos como se indica. Elija la opción que corresponda a α, β, γ y l

Respuesta:

A) $\alpha = 30°$, $\beta = 75°$, $\gamma = 75°$, $l = 1/2$

B) $\alpha = \beta = \gamma = 60°$, $l = 2$

C) $\boxed{\alpha = \beta = \gamma = 60°, \ l = 1}$

D) Ninguna de las anteriores

$\rho = 60°$ pues es el suplementario de $120°$ pero $\alpha = \rho$, es decir $\boxed{\alpha = 60°}$.
Como $\beta = \gamma$ pues lados opuestos a ambos son iguales (miden ℓ), entonces $2\beta + \alpha = 180° \Longrightarrow \beta = 60°$.
Así $\alpha = \beta = \gamma = 60° \Longrightarrow \ell = 1$